## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20** Решите уравнение $x^2-3x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+10$.

Решение.
При $x\le 3$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-3x-10=0,$$

откуда $x=-2$ или $x=5$. Условию $x\le 3$ удовлетворяет только решение $x=-2$.
Ответ: $-2$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

**21** Первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 140 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Решение.
Пусть первый рабочий делает за час $x$ деталей, тогда второй рабочий делает за час $x-6$ деталей, где $x>6$. Получаем уравнение:

$$\frac{140}{x-6}-\frac{140}{x}=3;$$

$$140x-140x+6\cdot 140=3x^2-18x;$$

$$x^2-6x-280=0,$$

откуда $x=20$ или $x=-14$. Получили, что первый рабочий делает за час 20 деталей.
Ответ: 20.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера | 1 |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

| | |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

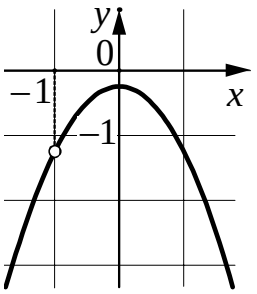
**22** Постройте график функции

$$y=\frac{\left(x^2+0,25\right)\left(x+1\right)}{-1-x}.$$

Определите, при каких значениях $k$ прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{\left(x^2+0,25\right)\left(x+1\right)}{-1-x}=-x^2-0,25$ при условии, что $x\neq -1$.




Построим параболу $y=-x^2-0,25$ с «выколотой» точкой $\left(-1;-1,25\right)$. Ветви параболы направлены вниз, вершина — в точке $\left(0;-0,25\right)$.

Прямая $y=kx$ имеет с параболой ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(-1;-1,25\right)$ или касается параболы, т.е. уравнение $-x^2-0,25=kx$ должно иметь один корень. Дискриминант уравнения $x^2+kx+0,25=0$ равен $k^2-1$, и он равен нулю при $k=-1$ или $k=1$.

Получаем, что при $k=1,25$, $k=-1$ или $k=1$ прямая $y=kx$ имеет с графиком функции $y=\frac{\left(x^2+0,25\right)\left(x+1\right)}{-1-x}$ ровно одну общую точку.

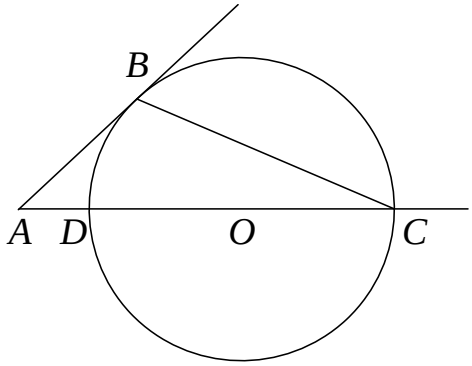
Ответ: $k=1,25$; $k=-1$; $k=1$.

| **Содержание критерия** | **Баллы** |
|---|---|
| График построен верно, верно найдены искомые значения параметра | 2 |
| График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**23** Окружность с центром на стороне $AC$ треугольника $ABC$ проходит через вершину $C$ и касается прямой $AB$ в точке $B$. Найдите диаметр окружности, если $AB=3$, $AC=9$.

Решение.




Пусть окружность второй раз пересекает отрезок $AC$ в точке $D$, т.е. $CD$ — диаметр. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC \cdot AD;$$

$$AB^2 = AC\left(AC - CD\right);\ 9 = 9\left(9 - CD\right),$$

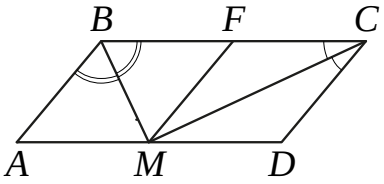
откуда $CD=8$. Получили, что диаметр окружности равен 8.
Ответ: 8.

| **Содержание критерия** | **Баллы** |
|---|---|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**24** Биссектрисы углов $B$ и $C$ параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке $M$, лежащей на стороне $AD$. Докажите, что $M$ — середина $AD$.

Доказательство.
Проведём прямую $MF$ параллельно стороне $AB$ (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ABFM$ и $CDMF$ диагональ делит угол пополам, поэтому эти параллелограммы являются ромбами. Значит, $AM = MF = MD$. Следовательно, точка $M$ — середина $AD$.

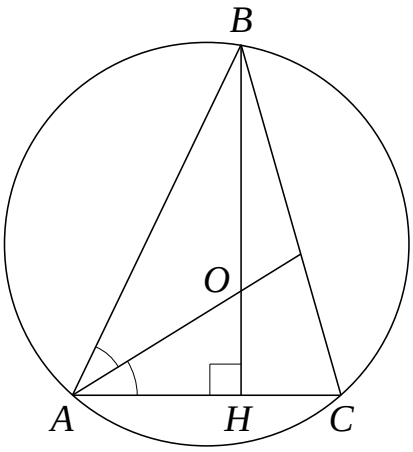



| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Доказательство верное, все шаги обоснованы | 2 |
| Доказательство в целом верное, но содержит неточности | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**25** В остроугольном треугольнике $ABC$ биссектриса угла $A$ делит высоту, проведённую из вершины $B$, в отношении $5:4$, считая от точки $B$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника $ABC$, если $BC=6$.

Решение.
Пусть $BH$ — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке $O$ (см. рисунок).




По теореме о биссектрисе в треугольнике $ABH$ имеем $\frac{BA}{AH}=\frac{BO}{OH}=\frac{5}{4}$.

Следовательно, $\cos A=\frac{AH}{AB}=\frac{4}{5}$. Тогда

$$\sin A=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}.$$

По теореме синусов для треугольника $ABC$ искомый радиус равен

$$\frac{BC}{2\sin A}=\frac{6\cdot 5}{2\cdot 3}=5.$$

Ответ: 5.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Ход решения задачи верный, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20** Решите уравнение $x^2-3x+\sqrt{5-x}=\sqrt{5-x}+18$.

Решение.
При $x\le 5$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-3x-18=0,$$

откуда $x=-3$ или $x=6$. Условию $x\le 5$ удовлетворяет только решение $x=-3$.
Ответ: $-3$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

**21** Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Решение.
Пусть второй рабочий делает за час $x$ деталей, тогда первый рабочий делает за час $x+5$ деталей. Получаем уравнение:

$$\frac{180}{x+5}-\frac{180}{x}=3;$$

$$180x-180x+5\cdot 180=3x^2+15x;$$

$$x^2+5x-300=0,$$

откуда $x=15$ или $x=-20$. Получили, что второй рабочий делает за час 15 деталей.
Ответ: 15.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера | 1 |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

| | |
|---|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

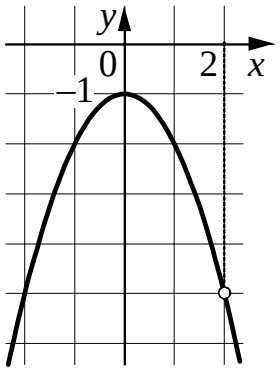
**22** Постройте график функции

$$y=\frac{\left(x^2+1\right)\left(x-2\right)}{2-x}.$$

Определите, при каких значениях $k$ прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{\left(x^2+1\right)\left(x-2\right)}{2-x}=-x^2-1$ при условии, что $x\neq 2$.




Построим параболу $y=-x^2-1$ с «выколотой» точкой $\left(2;-5\right)$. Ветви параболы направлены вниз, вершина — в точке $\left(0;-1\right)$.

Прямая $y=kx$ имеет с параболой ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(2;-5\right)$ или касается параболы, т.е. уравнение $-x^2-1=kx$ должно иметь один корень. Дискриминант уравнения $x^2+kx+1=0$ равен $k^2-4$, и он равен нулю при $k=-2$ или $k=2$.

Получаем, что при $k=-2{,}5$, $k=-2$ или $k=2$ прямая $y=kx$ имеет с графиком функции $y=\frac{\left(x^2+1\right)\left(x-2\right)}{2-x}$ ровно одну общую точку.

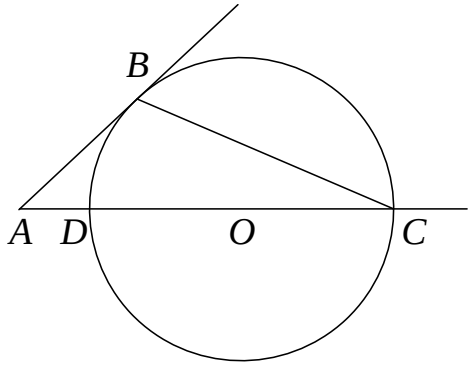
Ответ: $k=-2{,}5$; $k=-2$; $k=2$.

| **Содержание критерия** | **Баллы** |
|---|---|
| График построен верно, верно найдены искомые значения параметра | 2 |
| График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**23** Окружность с центром на стороне $AC$ треугольника $ABC$ проходит через вершину $C$ и касается прямой $AB$ в точке $B$. Найдите $AC$, если диаметр окружности равен 15, а $AB = 4$.

Решение.




Пусть окружность второй раз пересекает отрезок $AC$ в точке $D$, т.е. $CD$ — диаметр. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC \cdot AD;$$

$$AB^2 = AC(AC - CD); \quad 16 = AC(AC - 15); \quad AC^2 - 15AC - 16 = 0,$$

откуда $AC = 16$.

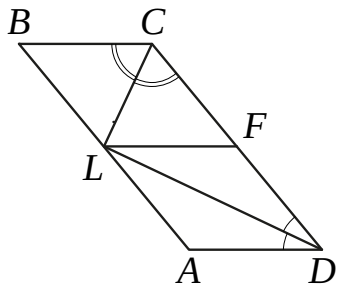
Ответ: 16.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**24** Биссектрисы углов $C$ и $D$ параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке $L$, лежащей на стороне $AB$. Докажите, что $L$ — середина $AB$.

Доказательство.
Проведём прямую $LF$ параллельно стороне $AD$ (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ALFD$ и $BCFL$ диагональ делит угол пополам, поэтому эти параллелограммы являются ромбами. Значит, $AL = LF = LB$. Следовательно, точка $L$ — середина $AB$.

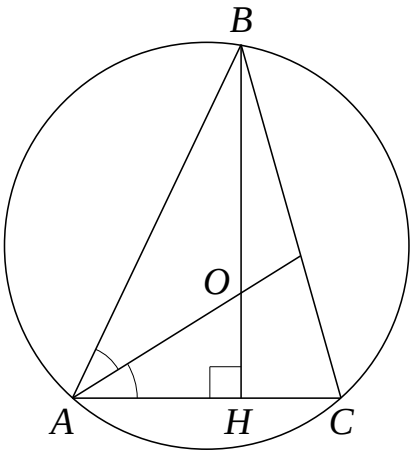



| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Доказательство верное, все шаги обоснованы | 2 |
| Доказательство в целом верное, но содержит неточности | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

**25** В остроугольном треугольнике $ABC$ биссектриса угла $A$ делит высоту, проведённую из вершины $B$, в отношении $13:12$, считая от точки $B$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника $ABC$, если $BC = 20$.

Решение.
Пусть $BH$ — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке $O$ (см. рисунок).




По теореме о биссектрисе в треугольнике $ABH$ имеем $\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{13}{12}$.

Следовательно, $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}$. Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}.$$

По теореме синусов для треугольника $ABC$ искомый радиус равен

$$\frac{BC}{2\sin A} = \frac{20 \cdot 13}{2 \cdot 5} = 26.$$

Ответ: 26.

| **Содержание критерия** | **Баллы** |
|---|---|
| Ход решения задачи верный, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

© СтатГрад 2021−2022 уч. г. Публикация в интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена