Тренировочный вариант №1. Ответы.

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответы	6813	24,96	7	44	29700	-18,25	4	27	-3,5	0,85

Задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Ответы	213	-43,6	2	165	108	56	42	3,5	12

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

20 Решите уравнение $x^6=(4x-3)^3$.

Решение.

$$x^6=(4x-3)^3;$$
$$x^2=4x-3;$$
$$(x-3)(x-1)=0,$$

откуда следует, что $x=1$ или $x=3$.
Ответ: 1; 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

21 Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

Решение.

Пусть скорость третьего велосипедиста равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{2\cdot 21}{v-21}-\frac{15}{v-15}=9;$$

$$42v-630-15v+315=9v^2-324v+2835;$$

$$v^2-39v+350=0,$$

откуда следует, что $v=14$ или $v=25$. Из этих значений подходит только второе.

Ответ: 25 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

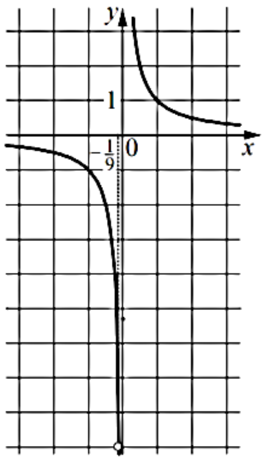
22 Постройте график функции

$$y=\frac{9x+1}{9x^2+x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{9x+1}{9x^2+x}=\frac{1}{x}$ при условии, что $x\neq-\frac{1}{9}$.



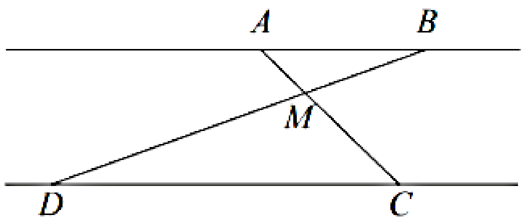
Прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(-\frac{1}{9};-9\right)$. Получаем, что $k=81$.

Ответ: $k=81$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

23 Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB = 12$, $DC = 48$, $AC = 35$.

Решение.



Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей AC (см. рисунок), углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{12}{48} = 0,25.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = 0,25MC + MC = 1,25MC,$$

и, таким образом, $MC = \frac{AC}{1,25} = 28$.

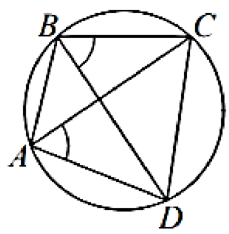
Ответ: 28.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.

Доказательство.

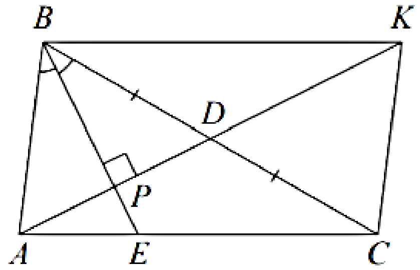
Поскольку четырёхугольник $ABCD$ выпуклый и $\angle DAC = \angle DBC$, около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. Значит, $\angle CDB = \angle CAB$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу BC.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 24. Найдите стороны треугольника ABC.

Решение.



Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рисунок).

Треугольник ABD равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 12;\ BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника ABC имеем

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} = 2,$$

следовательно, $AC = 3AE$.

Проведём через вершину B прямую, параллельную AC. Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD. Тогда

$$BK = AC = 3AE.$$

Из подобия прямоугольных треугольников APE и KPB следует, что

$$\frac{PE}{BP}=\frac{AE}{BK}=\frac{1}{3}.$$

Поэтому $PE=6$ и $BP=18$. Следовательно,

$$AB=\sqrt{AP^2+BP^2}=6\sqrt{13};\ BC=2AB=12\sqrt{13};$$

$$AE=\sqrt{AP^2+EP^2}=6\sqrt{5};\ AC=3AE=18\sqrt{5}.$$

Ответ: $6\sqrt{13}$; $12\sqrt{13}$; $18\sqrt{5}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*