Тренировочный вариант №2. Ответы.

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответы	413	28	20	51	558	20	4	81	-5	0,8

Задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Ответы	213	20,25	1	59	25	67	111	5	3

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

20 Решите уравнение $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$.

Решение.

Пусть $t=\frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид

$$t^2-t-6=0,$$

следовательно, $t=-2$ или $t=3$.

Уравнение $\frac{1}{x}=-2$ имеет корень $-\frac{1}{2}$.

Уравнение $\frac{1}{x}=3$ имеет корень $\frac{1}{3}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x=-\frac{1}{2}$ и $x=\frac{1}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

21 Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 36 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 82 км, скорость первого велосипедиста равна 28 км/ч, скорость второго — 10 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

Решение.

За то время, пока первый велосипедист делал остановку, второй велосипедист проехал $10 \cdot \frac{36}{60} = 6$ (км). Всё остальное время они одновременно находились в пути, значит, второй велосипедист за это время проехал $\frac{76}{28+10} \cdot 10 = 20$ (км). Таким образом, суммарно он проехал 26 км.

Ответ: 26 км.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

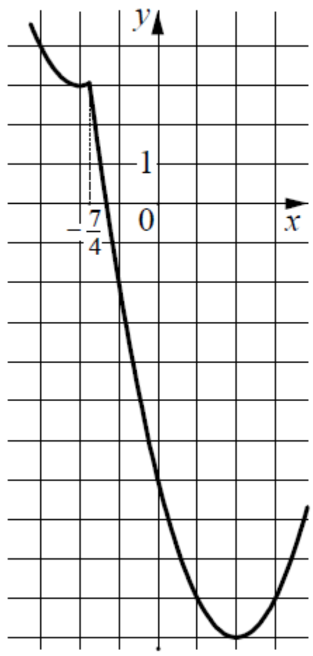
22 Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 7|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + 4x + 7$ при $x < -\frac{7}{4}$ и график функции $y = x^2 - 4x - 7$ при $x \geq -\frac{7}{4}$.



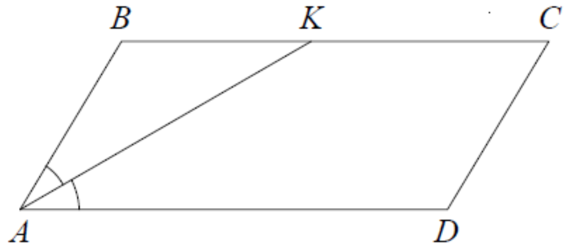
Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки, если она проходит через вершину первой параболы или через точку $\left(-\frac{7}{4}; \frac{49}{16}\right)$. Получаем, что $m = \frac{49}{16}$ или $m = 3$.

Ответ: $m = 3$; $m = \frac{49}{16}$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

23 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 12$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD, следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 7$.

По формуле периметра параллелограмма находим

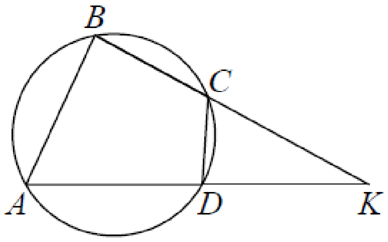
$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 52.$$

Ответ: 52.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

24 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

Доказательство.

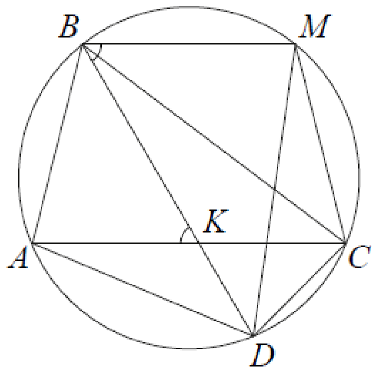


Можно считать, что точка C лежит между точками B и K (см. рисунок).
У треугольников KAB и KCD угол K общий. Кроме того, $\angle KCD = 180° - \angle BCD$ как смежный, а $\angle BAD = 180° - \angle BCD$ по свойству вписанного четырёхугольника, поэтому $\angle KCD = \angle BAK$. Значит, треугольники KAB и KCD подобны по двум углам.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

25 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 34$ и $CD = 22$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём $\angle AKB = 60°$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решение.



Через точку B проведём хорду BM, параллельную диагонали AC (см. рисунок). Тогда

$$CM = AB = 34,\ \angle DBM = \angle AKB = 60°.$$

Поскольку четырёхугольник $BMCD$ вписанный, получаем

$$\angle DCM = 180° - \angle DBM = 180° - 60° = 120°.$$

По теореме косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cos\angle DCM} = 2\sqrt{597}.$$

По теореме синусов радиус окружности равен

$$\frac{DM}{2\sin\angle DBM} = \frac{2\sqrt{597}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{199}.$$

Ответ: $2\sqrt{199}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*