

## 11 класс

1. Найдите все представления числа 2022 в виде суммы нескольких последовательных натуральных чисел.
2. Решите уравнение
$$8 \sin(x) + 12 \sin^3(x) + 2022 \sin^5(x) = 8 \cos(2x) + 12 \cos^3(2x) + 2022 \cos^5(2x).$$
3. Докажите, что  $3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 < 4(ab + bc + ca)$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  - стороны треугольника. В каких случаях достигается равенство?
4. В 1011 открытых сундучках лежат 2022 монеты. Вася и Петя по очереди берут по одной монете, первый выбирает Вася. Докажите, что Петя может брать монеты так, чтобы две последние оставшиеся монеты лежали в одном сундучке.
5. В треугольнике ABC синус угла A равен  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . На стороне AC взяли точку M так, что  $CM = b$ , на стороне AB взяли точку N так, что  $BN = a$ , T - середина NC, P - середина BM. Найдите PT.
6. На гранях BCD, ACD, ABD и ABC тетраэдра ABCD отмечены точки  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  и  $D_1$  соответственно. Известно, что прямые  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  пересекаются в точке P, причем  $\frac{AP}{A_1P} = \frac{BP}{B_1P} = \frac{CP}{C_1P} = \frac{DP}{D_1P} = r$ . Найдите все возможные значения  $r$ .