

9 класс

1. В интернет-магазине продаются новогодние подарки двух видов. Подарок первого вида содержит игрушку, 3 шоколадных и 15 карамельных конфет и стоит 350 рублей. Подарок второго вида содержит 20 шоколадных и 5 карамельных конфет и стоит 500 рублей. Евгений хочет купить одинаковое количество карамельных и шоколадных конфет, причем именно эти конфеты продаются только в вышеуказанных подарочных наборах. Какую наименьшую ненулевую сумму денег ему придется потратить?
2. Существуют ли 2023 целых числа таких, что их произведение равно 2023, а их сумма равна нулю?
3. Известно, что у квадратного трехчлена $x^2 + bx + c$ есть два различных корня. Если сложить коэффициенты b и c и два корня (четыре числа), то получим число (-3) , а если перемножить эти же четыре числа, то получим число 36. Найдите все такие квадратные трехчлены.
4. Имеется клетчатая доска размером 22×23 ячеек. В каждой клетке доски стоит по одной шашке. За один ход можно выбрать какие-то две шашки, и каждую из них переместить на соседнюю с ней по стороне клетку. Если на какой-то клетке оказалось более одной шашки, то с этой клетки можно снять ровно две из находящихся на ней шашек. Можно ли при помощи нескольких таких ходов снять с доски все шашки?
5. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны соответствующим сторонам: $BD \perp AB$ и $AC \perp CD$. Точка O – середина стороны BC . Точка P выбрана так, что точка O является серединой отрезка AP . Докажите, что прямые BC и PD перпендикулярны.
6. Студия школьного танца подсчитала, что выступала в этом году с танцем "Хоровод" уже 40 раз, причем в каждом выступлении участвовало ровно 10 человек и любые два танцора выступали вместе не более одного раза. Докажите, что в студии обучаются не менее 60 танцоров.