Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Муниципальный этап, теоретический тур

2022/2023 учебный год

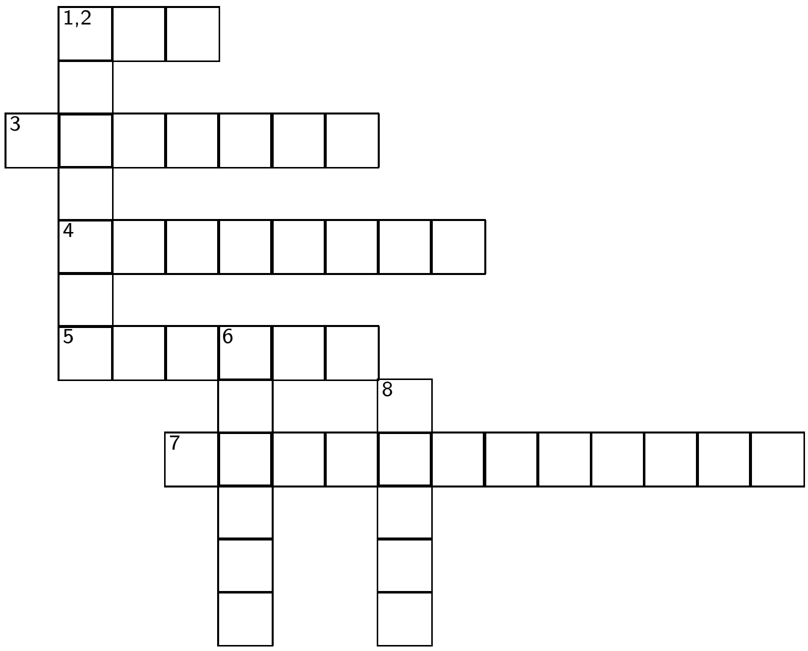
9 класс

Решения задач и критерии их оценивания

№ 1. *«Кроссворд-ревью для 9-го класса»*

Условие. Ответьте на следующие вопросы, заполнив ниже представленный кроссворд:

1. Как называется промежуток времени (по горизонтали), между двумя последовательными прохождениями Солнцем точки весны?
2. Как называется крупнейший (по вертикали) среди спутников классических планет Солнечной системы?
3. Как называется ярчайшая звезда созвездия Скорпион?
4. Как называется дуга большого круга земного шара, проходящая через северный и южный географические полюса?
5. Как называется созвездие, в котором расположен северный полюс эклиптики?
6. Как называется углубление в грунте Луны, порожденное падением на ее поверхность астероида, кометы или метеороида?
7. Как называется метод определения расстояния до тел Солнечной системы с использованием электромагнитных волн с длиной $1 \div 20$ метров?
8. Как называется круг склонения, проходящий через точки весны и осени? *Максимальный балл – 8.*



Решение.

	Г	О	Д											
	А													
А	Н	Т	А	Р	Е	С								
	И													
	М	Е	Р	И	Д	И	А	Н						
	Е													
	Д	Р	А	К	О	Н								
				Р			К							
			Р	А	Д	И	О	Л	О	К	А	Ц	И	Я
				Т			Л							
				Е			Ю							
				Р			Р							

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
За каждое правильное понятие/ название	1(8)

№ 2. *«Солнце и северный полюс мира»*

***Условие.* 1.** В какой день года Солнце подходит к северному полюсу мира на минимальное угловое расстояние?

Варианты ответов:

1. День летнего солнцестояния	2. День зимнего солнцестояния	3. День весеннего равноденствия
4. День осеннего равноденствия	5. День прохождения Землей точки ее орбиты, наиболее близкой к Солнцу	6. День прохождения Землей точки ее орбиты, наиболее далекой от Солнца

2. Что Вы можете сказать о продолжительности этого дня в столице нашей области, г. Самаре (широта: $+53°12'$, долгота: $50°06'$)?

Варианты ответов:

1. Она достигает максимального значения среди прочих дней года	2. Она достигает минимального значения среди прочих дней года	3. Она приблизительно равна 12 часов
4. Ее невозможно точно определить из-за облачной погоды	–	–

3. Над точками какого круга земного шара Солнце находится в зените в полдень в этот день?

Варианты ответов:

1. Геоэкватор	2. Нулевой меридиан	3. Тропик Козерога
4. Тропик Рака	5. Северный полярный круг	6. Южный полярный круг

4. Чему равна высота Солнца в полдень в г. Самаре в этот день?

Варианты ответов:

1. $+36°48'$	2. $0°00'$	3. $+60°14'$
4. $+13°22'$		

***Решение.* 1.** Как известно склонение северного полюса мира составляет $\delta_{P_N} = 90°$. В течение года склонение Солнца изменяется в пределах:

$$-\varepsilon \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon, \quad \text{где } \varepsilon = 23°26'.$$

Очевидно, минимальное расстояние между северным полюсом мира и Солнцем достигается в тот день, когда склонение последнего будет максимальным, то есть в *день летнего солнцестояния* ($\delta_{\odot} = \varepsilon = 23°26'$).

2. Судя по географическим координатам, г. Самара принадлежит северному полушарию Земли. Как известно, в день летнего солнцестояния во всех точках северного полушария продолжительность дня *достигает максимального значения.*

3. В этот день склонение Солнца равно $\delta_{\odot} = +23°26'$. Значит оно будет в полдень в зените над точками круга земного шара, широта которого также равна $+23°26'$. Последняя величина соответствует *тропику Рака.*

4. В день летнего солнцестояния высота Солнца составляет

$$h_{\max}^{(\odot)} = 90° - \varphi + \delta_{\odot} = 60°14'.$$

Ответ: 1. День летнего солнцестояния; 2. Продолжительность дня достигает максимального значения; 3. Тропик Рака; 4. $h_{\max}^{(\odot)} = 60°14'$.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
За каждый правильный ответ	2(8)

№ 3. ***«Суточное движение околополярной звезды»***

Условие. С территории г. Тольятти ($53°31'$ с.ш., $49°25'$ в.д.) в неподвижную безлинзовую цилиндрическую трубу, которая помогает уменьшить воздействие городской засветки, наблюдается суточное движение звезды, расположенной вблизи одного из полюсов небосвода (см. рис. 1). Труба расположена таким образом, что данный полюс (точка A) находится точно на границе поля зрения трубы (участка небосвода, доступного для наблюдения в эту трубу), а суточная параллель $\breve{BOC}$ звезды проходит точно через его центр.

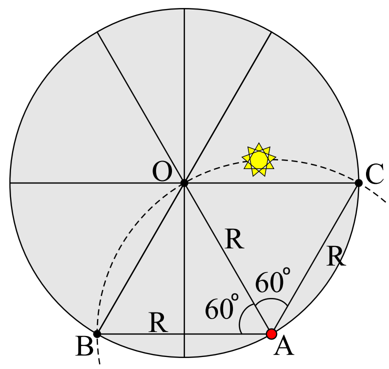


Рис. 1. К определению поля зрения трубы и суточной параллели звезды.

1. Какой именно полюс находится в точке A?

Варианты ответов:

1. Северный географический полюс	2. Южный географический полюс	3. Северный полюс мира
4. Южный полюс мира	5. Северный полюс эклиптики	6. Южный полюс эклиптики

2. В каком именно направлении движется звезда вдоль суточной параллели $\breve{BOC}$?

Варианты ответов:

1. По часовой стрелке ($B \to O \to C$)	2. Против часовой стрелки ($C \to O \to B$)	3. Невозможно определить точно
4. Совершает колебательное движение: сначала движется в одном направлении, затем – в обратном		

3. Чему равно склонение звезды, если угловой радиус поля зрения трубы составляет $R = 1.5°$? Ответ представьте в градусах, округлив до десятых.

4. Чему равно время пребывания звезды в поле зрения трубы? Ответ представьте в часах, округлив до десятых.

***Решение.* 1.** Как известно, геометрический центр суточной параллели (из рисунка очевидно, что это точка А) любой звезды лежит на оси мира. При наблюдении с Земли данный центр будет точно проецироваться на видимый полюс мира. Поскольку г. Тольятти располагается в северном географическом полушарии (это понятно, согласно данным географическим координатам), значит точка А является *северным полюсом мира.*

2. Поскольку точка А является северным полюсом мира, а наблюдения ведутся из центра небесной сферы, то данная звезда как и другие видимые звезды совершает свое суточное движение по своей суточной параллели *против часовой стрелки.*

3. Поскольку центр суточной параллели лежит на краю поля зрения трубы (являющегося кругом), а дуга суточной параллели проходит через его центр, то полярное расстояние (p_*) звезды равно радиусу R поле зрения трубы, т. е. $p_* = R = 1.5°$. Полярное расстояние звезды связано с ее склонением соотношением вида: $p_* + \delta_* = 90°$, откуда следует значение склонения: $\delta_* = 90° - p_* = 88.5°$.

4. Из рисунка видно, что часть суточной параллели звезды, попавшая в поле зрения трубы, соответствует углу раствора 120°. Как известно, звезда за одни сутки (24 часа) совершает один полный оборот, соответствующий углу 360°. Следовательно данную дугу звезда описала за 1/3 суток, т.е. за 8.0 часов.

<u>Ответ:</u> 1. Северный полюс мира; 2. Против часовой стрелки; 3. $\delta_* = 88.5°$; 4. 8.0 часов.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
За каждый правильный ответ	2(8)

№ 4. *«Зеркальный маяк на Луне»*

Условие. Вычислите минимальный линейный диаметр плоского круглого зеркала, которое нужно установить на Луне (ориентированного своей поверхностью на Солнце), чтобы его блеск в момент полнолуния, фиксируемый с поверхности Земли (в подлунной точке), был равен звездной величине звезд, видимых на пределе невооруженным глазом. Видимую звездную величину Солнца считать равной -27^{m}, коэффициент отражения зеркала равен 90%. *Максимальный балл – 8.*

***Решение.* 1.** Пусть $E_\odot$ – освещенность, создаваемая Солнцем у поверхности Луны (Земли)[1]. Поток солнечного света, упавшего на зеркало, тогда можно записать в виде:

$$\Phi_{\mathrm{fall}} = E_\odot \frac{\pi}{4} D^2_{\mathrm{mir}}, \tag{1}$$

здесь D_{mir} – искомый линейный диаметр зеркала. Тогда поток отраженного света (с учетом коэффициента отражения A_{ref}) будет равен

$$\Phi_{\mathrm{ref}} = A_{\mathrm{ref}}\, E_\odot \frac{\pi}{4} D^2_{\mathrm{mir}}. \tag{2}$$

2. Данный поток света будет испущен в телесный угол Ω, который можно представить в виде:

$$\Omega = \pi\, \rho^2_\odot, \tag{3}$$

здесь $\rho_\odot$ – угловой радиус Солнца с позиции земного (лунного) наблюдателя. Тогда освещенность, создаваемая зеркалом у поверхности Земли, будет

$$E_{\mathrm{mir}} = \frac{\Phi_{\mathrm{ref}}}{S} = \frac{\Phi_{\mathrm{ref}}}{\Omega\, \Delta^2} = \frac{\pi}{4} \frac{A_{\mathrm{ref}}\, E_\odot\, D^2_{\mathrm{mir}}}{\pi\, \rho^2_\odot\, \Delta^2} = E_\odot \frac{A_{\mathrm{ref}}}{4} \left(\frac{D_{\mathrm{mir}}}{\rho_\odot\, \Delta}\right)^2, \ \Rightarrow \ \frac{E_\odot}{E_{\mathrm{mir}}} = \frac{1}{A_{\mathrm{ref}}} \left(\frac{\rho_\odot}{\rho_{\mathrm{mir}}}\right)^2,$$

[1]Здесь мы учли, что среднее расстояние от Луны до Земли много меньше расстояния от Солнца до Земли и поэтому далее полагаем, что данные тела находятся на одном расстоянии от Солнца.

где $\rho_{\text{mir}} = \frac{D_{\text{mir}}}{2\Delta}$ – угловой радиус зеркала с позиции земного наблюдателя; $\Delta = a_{☾} - \mathfrak{R}_{\oplus}$ – расстояние от зеркала до подлунной точки поверхности Земли; $a_{☾}$, $\mathfrak{R}_{\oplus}$ – радиус орбиты Луны и радиус Земли соответственно. Выразим из последнего уравнения угловой радиус зеркала:

$$\rho_{\text{mir}} = \rho_{\odot}\sqrt{\frac{1}{A_{\text{ref}}}\frac{E_{\text{mir}}}{E_{\odot}}}. \qquad (4)$$

3. Далее воспользуемся формулой Погсона для определения связи между освещенностями и звездными величинами и учтем тот факт, что самые тусклые звезды, видимые на пределе невооруженным глазом, имеют звездную величину $m_{\text{mir}} = +6^{\text{m}}$.

$$\frac{E_{\odot}}{E_{\text{mir}}} = 2.512^{(m_{\text{mir}} - m_{\odot})}. \qquad (5)$$

Из выражений (4)-(6) следует, что

$$\rho_{\text{mir}} = \rho_{\odot}\frac{1}{\sqrt{A_{\text{ref}}}}2.512^{-(m_{\text{mir}} - m_{\odot})/2} = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}}\frac{1}{\sqrt{A_{\text{ref}}}}2.512^{-(m_{\text{mir}} - m_{\odot})/2} = 1.23 \cdot 10^{-9} \text{ рад}. \qquad (6)$$

Следовательно, искомый диаметр зеркала будет равен

$$D_{\text{mir}} = 2\Delta\,\rho_{\odot}\frac{1}{\sqrt{A_{\text{ref}}}}2.512^{-(m_{\text{mir}} - m_{\odot})/2} = \frac{2}{\sqrt{A_{\text{ref}}}}\frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}}(a_{☾} - \mathfrak{R}_{\oplus})2.512^{-(m_{\text{mir}} - m_{\odot})/2} = 0.93 \text{ м}. \qquad (7)$$

Ответ: к задаче представлен выражением (7).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
Правильный расчет освещенности, создаваемой зеркалом у поверхности Земли	3
Вычисление углового радиуса зеркала	3
Корректный расчет линейного диаметра зеркала	2

№ 5. *«Первое серебро над Самарской областью в 2022 году»*

Условие. В ночь с 9 на 10 июня этого года в Самарской области впервые наблюдались серебристые облака 2022 года. Небольшой массив облаков располагался точно под Полярной звездой. Его верхняя видимая граница располагалась на высоте 5 градусов (выше математического горизонта), а нижняя граница касалась видимого горизонта. Оцените: а) расстояния (по прямой линии), на которых находились ближняя и дальняя точки этого массива от наблюдателя, расположенного в г. Самаре ($\varphi_S = 53°12'$, $\lambda_S = 50°06'$); б) значения широты (пограничных) точек поверхности Земли, для которых эти облака находились в зените; в) линейную протяженность массива облаков вдоль направления "север-юг"; г) расстояния (по поверхности Земли) от самарского наблюдателя до пограничных точек (отсчитываемые вдоль меридиана наблюдателя). Согласно данным метеослужбы, линейная высота (от уровня моря) местоположения массива облаков составляла на тот момент 82 км. Высотой местоположения наблюдателя над уровнем моря следует пренебречь. *Максимальный балл – 8.*

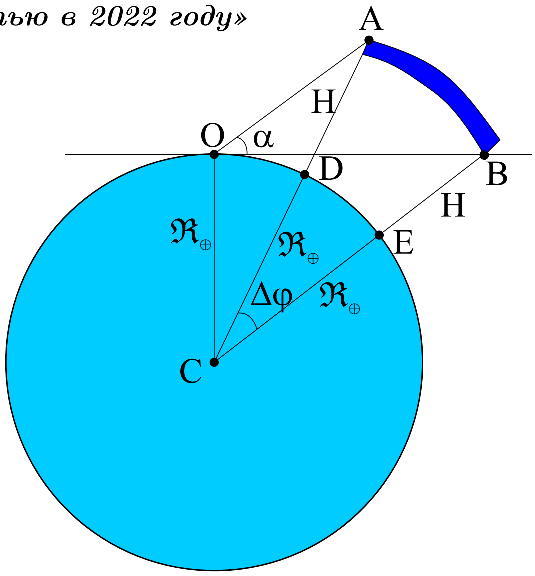


Рис. 2. К определению расстояний и широт точек поверхности Земли в задаче № 5.

Решение. **а)** Рассмотрим рис. 2, соответствующий условию задачи. Здесь в точке O находится наблюдатель, точка A – ближайшая точка массива серебристых облаков, точка B – наиболее удаленная точка того же массива. Необходимо определить расстояние OA и AB. Для этого рассмотрим треугольник $\triangle OAC$. Воспользуемся для него теоремой синусов, с учетом, что прямая OB совпадает с плоскостью математического горизонта наблюдателя:

$$\frac{\sin\angle AOC}{AC} = \frac{\sin\angle OAC}{OC} = \frac{\sin\angle OCA}{OA}, \;\Rightarrow\; \frac{\sin(90^\circ+\alpha)}{\mathfrak{R}_\oplus + H} = \frac{\sin\angle OAC}{\mathfrak{R}_\oplus}, \;\Rightarrow$$
$$\angle OAC = \arcsin\left[\cos\alpha\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus + H}\right] = 79.6^\circ. \tag{8}$$

Учитывая, что в плоском треугольнике сумма углов равна 180°, в результате получаем значения $\angle OCA$:

$$\angle OCA = 180^\circ - \angle OAC - (90^\circ + \alpha) = 5.4^\circ.$$

Вновь используя теорему синусов, получаем искомое расстояние OA:

$$OA = (\mathfrak{R}_\oplus + H)\frac{\sin\angle OCA}{\sin(90^\circ+\alpha)} = 610 \text{ км}. \tag{9}$$

Треугольник $\triangle OBC$, очевидно, является прямоугольным, для которого можно воспользоваться теоремой Пифагора:

$$OB = \sqrt{CB^2 - OC^2} = \sqrt{(\mathfrak{R}_\oplus + H)^2 - \mathfrak{R}_\oplus^2} = \sqrt{2\mathfrak{R}_\oplus H + H^2} = 1025 \text{ км}. \tag{10}$$

б) Далее определим значения широты ближайшей точки (точка D) и наиболее удаленной точки (точка E) поверхности Земли, где облака находились в зените. Поскольку массив облаков располагался по отношению к наблюдателю строго на север, то

$$\varphi_D = \varphi_S + \angle OCA = +58.6^\circ, \;\; \varphi_E = \varphi_S + \angle OCB = \varphi_S + \arccos\left[\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus + H}\right] = +62.3^\circ. \tag{11}$$

в) Линейную протяженность массива облаков (представляя его дугой окружности, центр которой, совпадает с центром Земли) можно определить по формуле:

$$L = (\mathfrak{R}_\oplus + H)\cdot\Delta\varphi = (\mathfrak{R}_\oplus + H)\frac{(\varphi_E - \varphi_D)}{180^\circ}\pi = 417 \text{ км}. \tag{12}$$

г) Расстояния (по поверхности Земли) от самарского наблюдателя до пограничных точек (отсчитываемые вдоль меридиана наблюдателя) есть

$$\ell_{OD} = \mathfrak{R}_\oplus\cdot(\varphi_D - \varphi_S) = \mathfrak{R}_\oplus\frac{\angle OCA}{180^\circ}\pi = 600 \text{ км}, \tag{13}$$

$$\ell_{OD} = \mathfrak{R}_\oplus\cdot(\varphi_E - \varphi_S) = \mathfrak{R}_\oplus\frac{\angle OCB}{180^\circ}\pi = 1012 \text{ км}. \tag{14}$$

Ответ: к задаче представлен выражением (9)-(14).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
Правильно вычислены расстояния (по прямой линии) до ближайшей + дальней точек массива	1+1
Корректно рассчитаны широты (пограничных) точек поверхности Земли, для которых эти облака находились в зените	1+1
Правильно определена линейная протяженность массива облаков вдоль направления "север-юг"	2
Корректно вычислены расстояния (по поверхности Земли) от самарского наблюдателя до пограничных точек	1+1

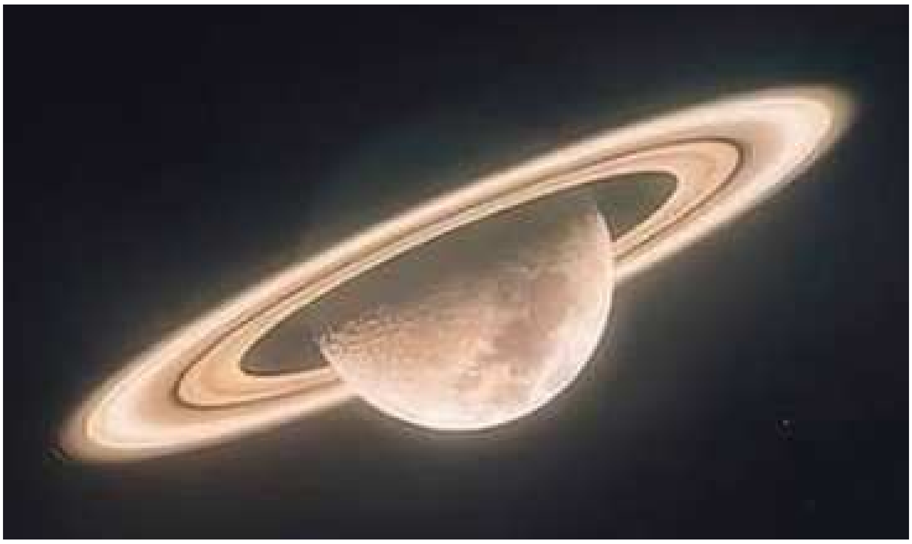


Рис. 3. К задаче №3.

№ 6. *«Образ Луны в стиле "фэнтези"»*

Условие. На рис. 3 представлен образ Луны с кольцами в стиле "фэнтэзи". Определите:

а) могут ли быть в действительности кольца у Луны на таких расстояниях? Свой ответ, обоснуйте строго математически. Следует помнить, что спутник (а значит и частицы колец) Луны и его орбита могут лишь полностью располагаться внутри ее сферы Хилла, радиус которой относительно центра Луны в системе "Земля-Луна", представляется формулой:

$$\mathfrak{R}_H = a_{☾} \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{M}_{☾}}{3(\mathfrak{M}_{\oplus} + \mathfrak{M}_{☾})}}, \tag{15}$$

где $\mathfrak{M}_{\oplus}$, $\mathfrak{M}_{☾}$ – массы Земли и Луны соответственно, $a_{☾}$ – радиус круговой орбиты Луны.

б) В каких пределах были бы заключены значения радиусов орбит частиц таких колец у Луны и сидерических периодов их обращения (без учета гравитационного влияния Земли)?

в) В каких пределах были бы заключены значения орбитальной скорости частиц таких колец у Луны и их цетростремительного ускорения?

д) Какова максимальная полная продолжительность солнечного затмения такой Луной? Орбиту Луны считать круговой. *Максимальный балл – 8.*

Решение. **а)** С использованием линейки по фотографии определим диаметр Луны ($d_{☾} =$ 65 мм, здесь и далее Ваши значения измеренных величин по фотографии могут отличаться от указанных автором), диаметры внутренней ($d_{\min} = 98$ мм) и внешней ($d_{\min} = 178$ мм) границ колец по фотографии. Далее составим пропорции вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{☾} \to 2 \times \mathfrak{R}_{☾}, \\ d_{\min} \to 2 \times \mathfrak{R}_{\min}, \end{array} \right\}, \;\Rightarrow\; \mathfrak{R}_{\min} = \mathfrak{R}_{☾} \left(\frac{d_{\min}}{d_{☾}}\right) = 2620 \text{ км}, \tag{16}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{☾} \to 2 \times \mathfrak{R}_{☾}, \\ d_{\max} \to 2 \times \mathfrak{R}_{\max}, \end{array} \right\}, \;\Rightarrow\; \mathfrak{R}_{\max} = \mathfrak{R}_{☾} \left(\frac{d_{\max}}{d_{☾}}\right) = 4760 \text{ км}, \tag{17}$$

здесь $\mathfrak{R}_{\min}, \mathfrak{R}_{\max}$ – радиусы внутренней и внешней границ колец Луны, $\mathfrak{R}_{☾} = 1738$ км – ее радиус.

Вычисляя радиус сферы Хилла по формуле (15), с использованием справочных данных, в результате получаем $\mathfrak{R}_H = 61274$ км. Поскольку $\mathfrak{R}_{\min}, \mathfrak{R}_{\max} < \mathfrak{R}_H$, значит в действительности у Луны могут быть такие кольца.

б) Согласно (16)-(17), радиусы орбит частиц таких колец заключены в интервале:

$$\mathfrak{R}_{\min} \le \mathfrak{R}_{\text{rings}} \le \mathfrak{R}_{\max}, \;\text{ или }\; 2620 \text{ км} \le \mathfrak{R}_{\text{rings}} \le 4760 \text{ км}. \tag{18}$$

Для определения интервала допустимых значений (ИДЗ) для сидерического периода обращения вокруг Луны, рассмотрим движение пылевой частицы кольца по круговой орбите и запишем второй закон Ньютона для нее:

$$\mathfrak{M}_p \cdot \vec{a}_p = \vec{F}_{\text{at}}.$$

Здесь $\vec{a}_p$ — вектор ускорения пылевой частицы, $\vec{F}_{\text{at}}$ — вектор силы притяжения, приложенной к пылевой частице со стороны Луны. В проекциях на координатную ось OX (см. рис. 4):

$$\mathfrak{M}_p \cdot a_p = F_{\text{at}}. \tag{19}$$

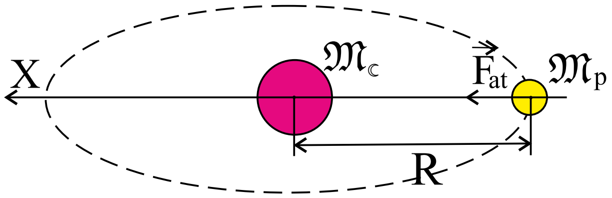


Рис. 4. К определению сидерического периода обращения частицы кольца.

С учетом того, что a_p является центростремительным ускорением, определяемым выражением вида:

$$a_p = \frac{v^2}{R},$$

а сила притяжения определяется законом всемирного тяготения:

$$F_{\text{at}} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_☾ \cdot \mathfrak{M}_p}{R^2},$$

где G – универсальная гравитационная постоянная, уравнение (19) можно переписать в виде:

$$\mathfrak{M}_p \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_☾ \cdot \mathfrak{M}_p}{R^2}. \tag{20}$$

Поскольку частица движется равномерно, то

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

где T — искомый период обращения частицы. Следовательно, соотношения (20) можно представить в виде:

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_☾}{R} \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot \mathfrak{M}_☾}} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{G \cdot \mathfrak{M}_☾}}. \tag{21}$$

С использованием последнего результата и интервала (16), получаем следующий ИДЗ для сидерического периода:

$$3.34 \text{ час} \leq T \leq 8.19 \text{ час}. \tag{22}$$

в) Линейная орбитальная скорость и центростремительное ускорение частицы кольца определяются, согласно (20), выражениями вида:

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot \mathfrak{M}_☾}{R}}, \quad a_p = \frac{G \cdot \mathfrak{M}_☾}{R^2}. \tag{23}$$

Выполняя численные расчеты, получаем следующие ИДЗ для искомых величин:

$$1.37 \text{ км/с} \leq V \leq 1.01 \text{ км/с}, \quad 0.714 \text{ м/с}^2 \leq a_p \leq 0.216 \text{ м/с}^2. \tag{24}$$

г) Рассмотрим случай центрального солнечного затмения в подсолнечной точке поверхности Земли. Начало затмения соответствует моменту времени, в который самая восточная точка колец Луны коснется самой западной точки диска Солнца. Окончание затмения соответствует моменту, когда самая западная точка колец Луны коснется самой восточной точки диска Солнца. При этом за время затмения центр диска Луны сместиться относительно Солнца на угол, равный $2(\rho''_\odot + \rho''_☾)$, здесь $\rho''_\odot, \rho''_☾$ – угловые радиусы Солнца и Луны с кольцами. Последние определяются так

$$\rho''_\odot = \frac{\mathfrak{R}_\odot}{a_\oplus} \times 3438' = 16.0', \quad \rho''_☾ = \frac{\mathfrak{R}_{\max}}{a_☾ - \mathfrak{R}_\oplus} \times 3438' = 43.3'. \tag{25}$$

Продолжительность затмения можно определить как

$$\tau_{\text{ecl}} = \frac{2(\rho''_\odot + \rho''_☾)}{2\pi / S_☾} = \frac{S_☾}{\pi}(\rho''_\odot + \rho''_☾) = 3.89 \text{ часа}, \tag{26}$$

здесь $S_{☾}$ – синодический (месяц) период обращения Луны.

<u>Ответ:</u> к задаче представляется выражениями (18), (22), (24), (26); могут.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	**Балл**
Обоснована математически возможность существования колец у Луны, подобных представленным на картинке	2
Определены ИДЗ для радиуса орбиты + сидерического периода обращения частиц кольца	1+1
Определены ИДЗ для орбитальной скорости + центростремительного ускорения частиц кольца	1+1
Получена корректная оценка максимальной полной продолжительности солнечного затмения Луной с кольцами	2

На решение задач муниципального этапа олимпиады по астрономии школьникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- *Гравитационная постоянная* – $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ м$^3\cdot$ кг$^{-1} \cdot c^{-2}$
- *Скорость света в вакууме* – $c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
- *Универсальная газовая постоянная* – $R = 8.31$ кг$\cdot$м$^2\cdot$ с$^{-2}\cdot$К$^{-1}\cdot$ моль$^{-1}$
- *Постоянная Стефана-Больцмана* – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ кг$\cdot$с$^{-3}\cdot$К$^{-4}$
- *Масса протона* – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
- *Масса электрона* – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
- *Астрономическая единица* – 1 а.е. $= 1.496 \cdot 10^{11}$ м
- *Парсек* – 1 пк $= 3.261$ св. лет $= 206265$ а.е. $= 3.086 \cdot 10^{16}$ м
- *Постоянная Хаббла* – $H = 72$ км$\cdot$с$^{-1}\cdot$Мпк$^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- *Радиус* – $6.955 \cdot 10^5$ км
- *Масса* – $1.989 \cdot 10^{30}$ кг
- *Светимость* – $3.827 \cdot 10^{26}$ Вт
- *Спектральный класс* – G2
- *Видимая звездная величина* – -26.74^m
- *Абсолютная болометрическая звездная величина* – $+4.83^m$
- *Показатель цвета (B-V)* – $+0.67^m$
- *Эффективная температура* – 5778 К
- *Средний горизонтальный параллакс* – $8.794''$
- *Интегральный поток энергии на расстоянии Земли* – 1360 Вт/м^2
- *Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли* – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- *Эксцентриситет орбиты* – 0.017
- *Тропический год* – 365.24219 сут
- *Средняя орбитальная скорость* – 29.8 км/с
- *Период вращения* – 23 часа 56 минут 04 секунды
- *Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0* – $23^\circ\, 26'\, 21.45''$
- *Экваториальный радиус* – 6378.14 км
- *Полярный радиус* – 6356.77 км
- *Средний (по объему) радиус* – 6371.01 км
- *Масса* – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- *Средняя плотность* – 5.52 г$\cdot$см$^{-3}$
- *Объемный состав атмосферы* – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim$ 1%)

§4. Данные о Луне

- *Среднее расстояние от Земли* – 384400 км
- *Минимальное расстояние от Земли* – 356410 км
- *Максимальное расстояние от Земли* – 406700 км
- *Эксцентриситет орбиты* – 0.055
- *Наклон плоскости орбиты к эклиптике* – $5^\circ 09'$
- *Сидерический (звездный) период обращения* – 27.321662 сут

- *Синодический период обращения* – 29.530589 сут
- *Радиус* – 1738 км
- *Масса* – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- *Средняя плотность* – 3.34 г·см$^{-3}$
- *Визуальное геометрическое альбедо* – 0.12
- *Видимая звездная величина в полнолуние* -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут†	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час†	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	$г \cdot см^{-3}$	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	−12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685†	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;
† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin\alpha \pm x\,\cos\alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos\alpha \mp x\,\sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg}\alpha \pm \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + n\,x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

Дополнительные справочные данные

§9. Освещенность, создаваемая звездой с видимой звездной величиной $m = 0^{\mathrm{m}}$

$$E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт/м}^2.$$