Всероссийская олимпиада школьников 2022-2023 учебный год
Окружной этап
ФИЗИКА
11 класс

1**. Струйка воды**

Шарик и Матроскин из Простоквашино в поисках воды около дома пробурили цилиндрическую скважину глубиной H. Оказалось, что из центра дна скважины выбилась одна кратковременная струйка воды под углом к горизонту с начальной скоростью v_0, при этом струйка воды не попадает на поверхность земли. Определите диаметр скважины.

Решение:

Пусть струйка воды попадает на край скважины диаметром D. Тогда:

$$(v_0\cos\alpha)t=\frac{D}{2} \qquad (1)$$

$$(v_0\sin\alpha)t-\frac{gt^2}{2}=H \qquad (2)$$

Выражая t из (1) и подставляя в (2), получим:

$$\frac{D}{2}tg\alpha-\frac{gD^2}{8v_0^2}(1-tg^2\alpha)=H$$

$$tg^2\alpha-\frac{4v_0^2}{gD}tg\alpha+\left(\frac{8Hv_0^2}{gD}+1\right)=0 \qquad (3)$$

При заданном D последнее уравнение дает два значения α, соответствующих навесной и настильной траектории, или два одинаковых значения (критический случай), или ни одного (струйка не попадает на край скважины). Следовательно, скважина должна быть такой, чтобы это уравнение (3) не имело решений:

$$\left(\frac{4v_0^2}{gD}\right)^2\le 4\left(\frac{8Hv_0^2}{gD^2}+1\right),\ D^2\ge\frac{4v_0^2}{g^2}(v_0^2-2gH). \qquad (4)$$

Из (4) следует, что если $v_0<\sqrt{2gH},$ то $D-$ любое;
если же $v_0\ge\sqrt{2gH},$ то $D\ge\frac{2v_0}{g}\sqrt{v_0^2-2gH}$

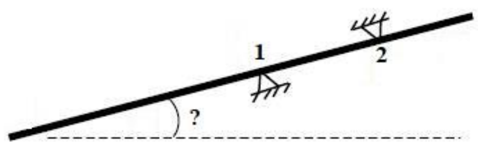
Ответ: $D_{min}=\frac{2v_0}{g}\sqrt{v_0^2-2gH}.$

Критерии оценивания:

1) Записаны уравнения движения для струйки воды- 2 балла
2) Получено квадратное уравнение (3) – 3 балла
3) Проведен анализ уравнения (3) – 3 балла
4) Получено выражение для D – 2 балла

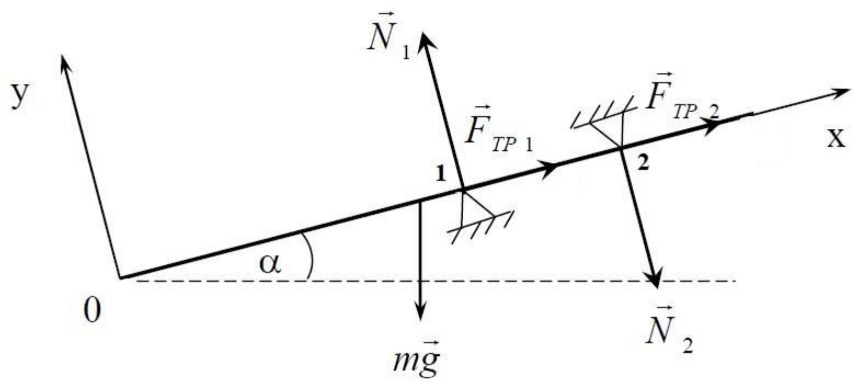
Всего 10 баллов

2**. Равновесие балки**



Для удержания в равновесии балки длиной L инженер-механик придумал конструкцию, изображенную на рисунке. Балка удерживается в равновесии на опорах **1** и **2**, причём её левый конец не касается горизонтальной поверхности пола. Под каким углом к горизонту наклонена эта балка, если расстояние между опорами l_1 , коэффициент трения об опоры μ , расстояние от опоры **2** до правого конца балки l_2. Балку считать однородной.

Решение:



Обозначим через $\alpha -$ угол наклона балки к горизонту и расставим силы, действующие на балку. Силы трения направлены вдоль балки вверх, т.к. балка стремится соскользнуть вниз. Балка будет находиться в равновесии, если будут выполняться два условия: равенство нулю всех сил, действующих на балку и равенства нулю моментов всех сил, действующих на балку, относительно оси, проходящей, например, через опору **2**. Запишем первое условие равновесия для балки в проекциях на ось OX и OY:

OX: $F_{\text{тр}1} + F_{\text{тр}2} - mg \cdot sin\alpha = 0$ (1)

OY: $N_1 - N_2 - mg \cdot cos\alpha = 0$ (2)

Принимая во внимание, что $F_{\text{тр}} \leq \mu N$, перепишем уравнения (1) и (2) в виде:

$\mu N_1 + \mu N_2 - mg \cdot sin\alpha \geq 0$ (3)

$N_1 - N_2 - mg \cdot cos\alpha = 0$ (4)

Напишем для балки второе условие равновесия, относительно оси, проходящей через **2**:

$M_1 - M_2 = 0,$ (5)

где $M_1 = mg \cdot \left(\frac{L}{2} - l_2\right) \cdot cos\alpha, M_2 = N_1 \cdot l_1$

$mg \cdot \left(\frac{L}{2} - l_2\right) \cdot cos\alpha = N_1 \cdot l_1$ (6)

Из уравнений (4) и (6) найдем:

$N_1 = \frac{mg \cdot cos\alpha(\frac{L}{2} - l_2)}{l_1}$ и $N_2 = \frac{mg \cdot cos\alpha(\frac{L}{2} - l_2 - l_1)}{l_1}$ (7)

Подставляя (7) в (3), получим:

$L \geq 2l_2 + l_1 \cdot (1 + \frac{tg\alpha}{\mu}) \rightarrow tg\alpha \leq \frac{(L-2l_2-l_1)}{l_1} \cdot \mu$ (8)

Ответ: $tg\alpha \leq \frac{(L-2l_2-l_1)}{l_1} \cdot \mu$

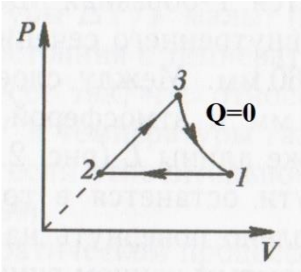
Критерии оценивания:

1) Сделан рисунок с указанием сил, действующих на балку - 1 балл
2) Верно записано первое условие равновесия для балки в проекциях ОХ и ОУ - 3 балла
3) Верно записано второе условие равновесия относительно оси 1 или 2 – 3 балла
4) Верно получено аналитическое выражение для $tg\alpha$- 3 балла.

Всего 10 баллов

3. **Цикл неона**

В цилиндре под поршнем находится газ неон. На рисунке показано изменение состояния неона в замкнутом цикле 1-2-3-1. Определите работу, которую совершил неон на участке адиабатного расширения 3-1, если в процессе 2-3 неоном была совершена работа A_{23}, в процессе 1-2 отведено количество теплоты Q $(Q > 0)$.



Решение:

На участке 1-2 согласно первому началу термодинамики отводимое тепло:

$Q = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) + P_{12}(V_1 - V_2),$ (1)

где ν – число молей неона, T_1 и T_2 – температура в точках 1 и 2. P_{12} – давление при изобарическом процессе 1-2, V_1 и V_2 – объемы в состояниях 1 и 2.

Используя уравнение состояния для идеального газа, можно записать:

$Q = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) + \nu R(T_1 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2).$

$T_1 - T_2 = \frac{2Q}{5\nu R}$ (2)

Работу, совершаемую неоном на участке 2-3 найдем из геометрического смысла работы:

$A_{23} = \frac{P_3+P_2}{2}\ (V_3 - V_2) = \frac{\nu R(T_3-T_2)}{2},$ (3)

здесь индексы 2,3 соответствуют состояниям в точках 2 и 3. Из уравнения (3) следует, что

$T_3 - T_2 = \frac{2A_{23}}{\nu R}.$ (4)

На участке 3-1 газ расширяется в адиабатическом процессе, и работа, совершаемая газом

$A_{31} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$ (5)

Для замкнутого цикла изменение внутренней энергии равно нулю. Это позволяет записать:

$$T_3 - T_1 = (T_3 - T_2) - (T_1 - T_2) \qquad (6)$$

Используя соотношения (2) и (4), получим, что

$$T_3 - T_1 = \frac{2A_{23}}{\nu R} - \frac{2Q}{5\nu R} \qquad (7)$$

Тогда $A_{31} = \frac{3}{2}\nu R \cdot (\frac{2A_{23}}{\nu R} - \frac{2Q}{5\nu R}) = 3A_{23} - \frac{3}{5}Q$.

Ответ: $A_{31} = 3A_{23} - \frac{3}{5}Q$

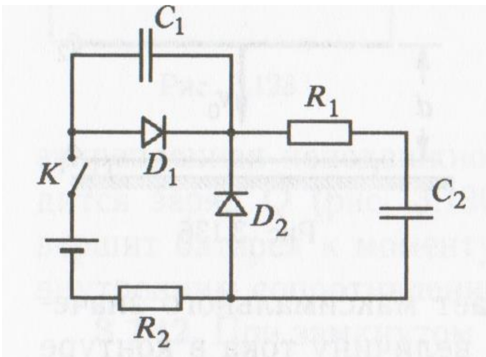
Критерии оценивания:

1) Записан первый закон термодинамики на участке 1-2 и найдена $(T_1 - T_2)$ – 2 балла
2) Записано выражение для работы на участке 2-3 и найдена $T_3 - T_2$ – 2 балла
3) Записано выражение для работы на участке 3-1 – 2 балла
4) Учтено, что для замкнутого цикла изменение внутренней энергии равно нулю – 1 балл
5) Получено выражение $A_{31} = 3A_{23} - \frac{3}{5}Q - 3$ балла

Всего 10 баллов

4. **Ток через батарею**

Экспериментатор Бак собрал электрическую цепь, представленную на рисунке. Электроемкость конденсаторов, сопротивления резисторов известны. Диоды и источник питания идеальные. После замыкания ключа в цепи выделилось количество теплоты Q. Какой ток потечет через источник сразу после замыкания ключа?



Решение:

В момент замыкания ключа K разность потенциалов на конденсаторах C_1 и C_2 равна нулю, а диод D_2 заперт. Следовательно, батарея замкнута на два последовательно соединенных резистора сопротивлением $R_1 + R_2$. Таким образом, согласно закону Ома, ЭДС батареи равна

$$\mathcal{E} = I_0(R_1 + R_2), \qquad (1)$$

$I_0 -$ ток, протекающий через источник. В установившемся режиме разности потенциалов на резисторах равны нулю, диод D_1 открыт, а диод D_2 закрыт. Разность потенциалов на конденсаторе C_1 равна нулю.

Поэтому напряжение на конденсаторе C_2 $U_{C_2} = \mathcal{E}$.

Заряд конденсатора C_2 равен

$$q = C_2\mathcal{E} = C_2 I_0(R_1 + R_2) \qquad (2)$$

Работа, совершенная батареей в процессе зарядки конденсаторов, равна

$$A = q\mathcal{E} = C_2 I_0^2 (R_1 + R_2)^2. \qquad (3)$$

Энергия, полученная электрической системой:

$$W = \frac{q^2}{2C_2} = \frac{C_2 I_0^2 (R_1+R_2)^2}{2} \qquad (4)$$

Из закона сохранения энергии:

$$A = W + Q, \qquad (5)$$

где Q– выделившееся тепло. Подставляя (3), (4) в (5), получим:

$$Q = \frac{C_2 I_0^2 (R_1+R_2)^2}{2} \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2Q}{C_2 \cdot (R_1+R_2)^2}} \qquad (6)$$

Ответ: $I_0 = \sqrt{\frac{2Q}{C_2 \cdot (R_1+R_2)^2}}$

Критерии оценивания:

1) Записан Закон Ома в электрической цепи после замыкания ключа-2 балла
2) Обосновано найдены напряжения (заряды) на конденсаторах после замыкания ключа– 4 балла
3) Записан закон сохранения энергии- 1 балл
4) Получены выражения для работы, совершенной батареей и энергии, полученной электрической системой – 2 балла
5) Получен верный ответ- 1 балл

Всего 10 баллов

5. **Одинаковые лампочки**

Экспериментатор Глюк изучал зависимость силы тока от напряжения в электрической цепи с лампой накаливания. Результаты измерений он проиллюстрировал в виде вольт-амперной характеристики (Рис.1). Затем, Глюк собрал электрическую цепь, состоящую из двух исследуемых ранее одинаковых ламп накаливания, идеального амперметра, идеальной батарейки и резистора (Рис.2). Помогите Глюку определить показания амперметра при известных на Рис.2 значениях элементов электрической цепи.

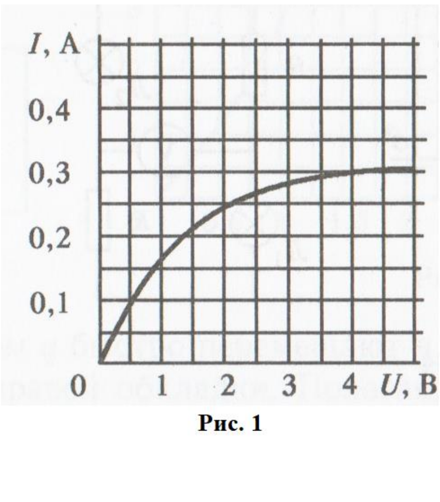


Рис. 1

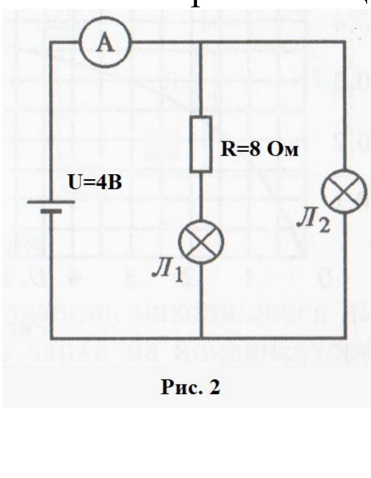


Рис. 2

Решение:

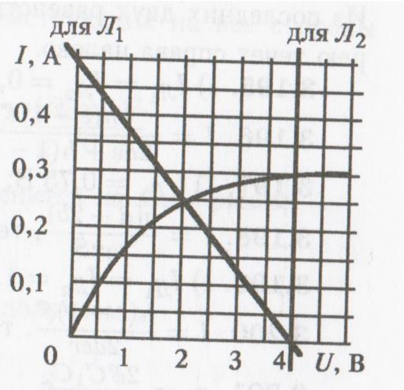
Напряжение на лампочке $Л_1$:

$U_{Л1} = U - I_{Л1} \cdot R$, (1)

где $I_{Л1}$ − ток через лампу $Л_1$

Уравнение (1) называется уравнением нагрузочной прямой. Построим эту прямую.

Пересечение этой прямой с вольт-амперной характеристикой лампочки даёт:



$U_{Л1} = 2В$, $I_{Л1} = 0{,}25$ А. (2)

Напряжение на второй лампочке $U_{Л2} = 4В$. По вольт-амперной характеристике находим ток через неё: $I_{Л2} = 0{,}3$ А. Ток через батарею равен:

$I = I_{Л1} + I_{Л2} = 0{,}55\ A$. (3)

Именно этот ток и покажет амперметр.

Ответ: $I = 0{,}55\ A$.

Критерии оценивания:

1) Записан закон Ома для контура с $Л_1$ и выражено напряжение на $Л_1$ - 2 балла
2) Верно построена нагрузочная кривая - 2 балла
3) Определены напряжение и ток на $Л_1$ - 2 балла
4) Определены напряжение и ток на $Л_2$ - 2 балла
5) Найден ток через амперметр - 2 балла

Всего 10 баллов