

10 класс. Условия задач

1. Ренат взял три различных натуральных числа a , b и c и выписал в блокнотик семь чисел a , b , c , $a + b$, $b + c$, $c + a$, $a + b + c$. Какое наибольшее количество простых чисел может быть среди них?

2. Докажите, что любое натуральное многозначное число больше произведения своих цифр. (Число называется многозначным, если в его записи больше одной цифры.)

3. Профессор математики хочет разбить множество натуральных чисел на два непересекающихся подмножества, каждое из которых не содержит бесконечной арифметической прогрессии. Возможно ли это сделать?

4. Докажите, что если $|x| < 1$, $|y| < 1$, то

$$\frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{1-y^2} \geq \frac{2}{1-xy}.$$

5. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и AD равны, $CD > AB + BC$. Докажите, что $\angle ABC > 120^\circ$.